

# 《高等数学 II(2)》

## 课程教学大纲

### 一、课程基本信息

课程类型	总学时为学时数	<input checked="" type="checkbox"/> 理论课（含上机、实验学时）			
	总学时为周数	<input type="checkbox"/> 实习 <input type="checkbox"/> 课程设计 <input type="checkbox"/> 毕业设计			
课程编码	7030932	总学时	96	学分	6
课程名称	高等数学 II(2)				
课程英文名称	Calculus II(2)				
适用专业	经管类各专业分层教学中的 A 层				
先修课程	(7030931)《高等数学 II(1)》				
开课部门	理学院数学系				

### 二、课程性质与目标

本课程为对数学要求较高的经管类各专业的一门重要的公共基础理论必修课。本课程为学生学好后续的数学课程和专业课程奠定必要的数学基础，目的是让学生熟悉多元函数微积分学的基础理论，掌握多元函数微积分学的基本方法、手段、技巧，了解多元微积分学的背景思想及数学思想，培养学生抽象思维和概括问题的能力、逻辑推理能力、空间想象能力和自学能力，还要特别注意培养学生具有熟练的运算能力和运用所学知识去分析和解决实际问题的能力。

课程目标 1：学生应掌握多元函数微积分学的基本概念、基本理论和基本运算技能

课程目标 2：学生应能具备一定的分析论证能力和较强的运算能力，能较熟练地应用微积分学的思想方法解决应用问题

课程思政目标：数学学科发现发展的历史，培养学生感受人类对真理的不断追求，对未知世界的强烈好奇心和求知欲，激发学生的科学精神与创新精神；教学过程中培养学生抓住问题本质的意识、能力以及严谨务实的科学态度；面对复杂问题的分析，培养学生看问题看大势、看主流的大局观和判断力，激发责任心和使命感。

### 三、 课程教学基本内容与要求

#### (一) 向量代数与空间解析几何

##### 基本内容:

空间直角坐标系和向量的概念。向量的坐标表示法和向量的运算（线性运算、数量积、\*向量积和\*混合积）。两个向量平行、垂直的充分必要条件。单位向量和向量的方向余弦。

曲面方程的概念。球面方程、旋转曲面和柱面的方程。平面方程、直线方程、曲线方程。空间曲线在坐标面上的投影。常见的二次曲面的方程和图形。

##### 基本要求:

1. 了解向量的概念及其表示，掌握空间直角坐标系的概念。
2. 掌握向量的运算（线性运算、点积、叉积和\*混合积）方法。理解两个向量平行、垂直的充分必要条件。
3. 理解单位向量、方向角和方向余弦，掌握用向量的坐标表示进行向量运算的方法。
4. 理解曲面方程、曲线方程的概念。了解球面方程、旋转曲面和柱面的方程及其求法。理解标准的二次曲面的方程和图形。了解用截痕法画曲面图形的方法。
5. 掌握平面方程、直线方程及其求法。了解平面与平面、平面与直线、直线与直线之间夹角的求法。
6. 了解空间曲线、空间立体和曲面在坐标面上的投影的求法。

##### 教学重点难点

1. 重点 向量的运算（线性运算、点积、叉积）方法，球面方程、旋转曲面和柱面的方程。平面方程与直线方程，二次曲面的方程。
2. 难点 向量积的计算，空间曲线、空间立体和曲面在坐标面上的投影的求法。

#### (二) 多元函数微分学

##### 基本内容:

多元函数的概念。二元函数的极限、连续的概念，有界闭区域上连续函数的性质。偏导数、全微分的概念。全微分存在的必要条件和充分条件。复合函数的求导法。二阶偏导数求法。隐函数的偏导数。多元函数极值的概念，函数的极值。条件极值的概念，拉格朗日乘数法求条件极值。简单的最大值和最小值的应用问题。

##### 基本要求:

1. 理解多元函数的概念，掌握二元函数的几何意义。
2. 了解二元函数的极限、连续的概念以及有界闭区域上连续函数的性质。
3. 了解偏导数、全微分的概念，了解全微分的求法。理解全微分存在的必要条件和充分条件。理解全微分形式的不变性。
4. 了解复合函数的一阶、二阶偏导数的求导法
5. 了解隐函数存在定理，了解隐函数的偏导数的求法。
6. 了解多元函数极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件、二元函数极值存在的充分条件，了解函数极值的求法。了解条件极值的概念，了解用拉格朗日乘数法求条件极值的方法。了解多元函数的最大值和最小值的求法，并了解解决一些简单应用问题的方法。

#### 教学重点难点

1. 重点 偏导数与全微分的概念，多元函数的求导法则，二元函数极值与最值的求法。
2. 难点 多元复合函数的求导法则，条件极值与拉格朗日乘数法。

### （三）多元函数的积分学

#### 基本内容：

二重积分的概念与性质。二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标）。

\*无界区域上简单的反常二重积分。\*三重积分的概念、性质、计算和应用。

#### 基本要求：

1. 了解二重积分的概念，了解二重积分性质。\*了解三重积分的概念和性质。
2. 掌握二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标）。\*了解三重积分的求法（直角坐标、柱坐标、球坐标）。
3. 了解无界区域上较简单的反常二重积分并会计算
4. 了解用重积分来计算一些几何量（体积、面积）。

#### 教学重点难点

1. 重点 二重积分的概念及其计算方法。
2. 难点 重积分化为累次积分。

### （四）无穷级数

#### 基本内容：

无穷级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念。无穷级数收敛的必要条件。无穷级数的基本性质。几何级数和  $p$  级数的敛散性,一些常见正项级数的敛散性。正项级数的比较判别法、比值审敛法和根值审敛法。交错级数的莱布尼兹定理。无穷级数条件收敛与绝对收敛的概念，以及绝对收敛与收敛的关系。函数项级数

收敛和函数的概念。简单的幂函数的收敛域的求法。幂级数在其收敛域内的一些基本性质。函数展开为泰勒级数的充分条件。 $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$  和  $(1+x)^\alpha$  的麦克劳林 (Maclaurin) 展开式, 简单函数展成幂级数。

#### 基本要求:

1. 了解无穷级数收敛、发散以及和的概念。了解无穷级数基本性质和收敛的必要条件。
2. 掌握几何级数和  $p$  级数的敛散性, 并了解其结合比较判别法确定一些常见正项级数的敛散性的方法。
3. 掌握正项级数的比较判别法、比值审敛法。了解正项级数的根值审敛法。
4. 了解交错级数的莱布尼兹定理。
5. 了解无穷级数条件收敛与绝对收敛的概念以及绝对收敛与收敛的关系。
6. 了解函数项级数的收敛域及和函数的概念。
7. 了解幂函数收敛域的特征, 掌握幂级数的收敛半径、收敛区间、收敛域的求法。
8. 了解幂级数在其收敛域内的基本代数性质与分析性质, 了解用它们求幂级数的和函数的方法。
9. 了解函数展开为泰勒级数的充分条件。
10. 了解  $\frac{1}{1-x}$ 、 $e^x$ 、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\ln(1+x)$  和  $(1+x)^\alpha$  的麦克劳林 (Maclaurin) 展开式, 并了解利用这些展开式将一些简单的函数展成幂级数的方法。

#### 教学重点难点

1. 重点 正项级数的审敛准则, 交错级数的莱布尼兹定理, 幂级数的收敛半径、收敛区间、收敛域及其和函数的求法。函数展成幂级数的方法。
2. 难点 幂级数收敛域的特征, 幂级数和函数的分析性质及其的求法。

### (五) 常微分方程

#### 基本内容:

微分方程以及微分方程的阶、解、通解、初始条件和特解等概念。变量可分离的方程、齐次方程、\*准齐次方程、一阶线性方程、\*贝努利 (Bernoulli) 方程的概念及解法。

$y^{(n)} = f(x), y'' = f(x, y'), y'' = f(y, y')$  的降阶法。二阶线性微分方程解的结构。

二阶常系数齐次线性微分方程的解法, 高阶常系数齐次线性微分方程的解法。掌握自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数以及它们的和与乘积的二阶常系数非齐次线性微分方程的解法。用微分方程解一些简单的经济学中的问题。

#### 基本要求:

1. 了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念。
2. 掌握变量可分离、齐次和一阶线性微分方程的求解方法。
3. 了解下列特殊的高阶方程  $y^{(n)} = f(x)$ ,  $y'' = f(x, y')$ ,  $y'' = f(y, y')$  的求法。
4. 了解线性微分方程解的性质及解的结构定理。
5. 掌握解二阶常系数齐次线性微分方程的方法, 了解高阶常系数齐次线性微分方程的解法。
6. 了解自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数以及它们的和与乘积的二阶常系数非齐次线性微分方程的解法。
7. 了解用微分方程解一些简单的经济学中的问题。

#### 教学重点难点

1. 重点 微分方程的基本概念, 一阶线性方程, 二阶常系数线性微分方程。
2. 难点 常系数线性非齐次微分方程特解的解法。

#### (六) 差分方程

##### 基本内容:

差分的概念, 差分运算的规则。差分方程以及差分方程的阶、解、通解、初始条件和特解等概念。常系数线性差分方程通解的结构。一阶常系数线性差分方程的解法。

##### 基本要求:

1. 了解差分与差分方程及其通解与特解等概念。
2. 了解一阶常系数线性差分方程的求解方法。

#### 教学重点难点

1. 重点 差分方程的基本概念, 一阶常系数线性差分方程。
2. 难点 一阶常系数线性差分方程的解法。

#### 四、 课程学时分配

教 学 内 容	讲 课	测 验	习 题 课
1. 第一章 向量代数与空间解析几何	12		2
2. 第二章 多元函数微分学	16		4
3. 第三章 重积分	6		2
4. 期中测验与试卷分析		2	2
5. 第四章 无穷级数	16		4
6. 第五章 常微分方程	18		4
7. 第六章 差分方程	4		2

8. 总复习			2
合 计		96	

## 五、 实践性教学内容的安排与要求

为保证达到本课程的教学目的和教学要求，必须布置适量的课外作业，原则上可安排 30 小时的课外作业。本课程有统一指定的作业，编写的作业练习册已由清华大学出版社出版发行，作业量为 9 次基本作业和 6 次提高作业，每次作业大约 2 个小时可完成。

## 六、 教学设计与教学组织

**教学设计：**本课程属基础理论课，思想性强，教学内容与相关基础课及专业课程联系较多。教师在教学中应充分利用如 PPT、网络视频等现代信息技术；教师应注重启发并引导学生掌握重要概念的背景思想，理解重要概念的思想本质，培养学生应用数学思想方法解决应用问题的能力。同时，通过对数学思想和理论的建立和推演过程，达到激发学生好奇心和求知欲、培养科学精神与创新精神的育人要求。教学环节包括理论教学、课堂练习、课后作业、答疑及辅导等。教师在教学中注重过程培养，一方面通过教法加深学生对课堂教学内容的理解和对理论知识的掌握，提高学生分析问题和解决问题能力；另一方面，教学中适当地介绍本课程和专业课程之间的关系，促进学生学习本课程的主动性和积极性。

**教学组织：**基于本学科课堂信息量、难度高等特点，课堂教学应以教师讲授为主，并辅以课堂练习、课后作业和习题讲解。教师做到作业全批全改。学生应按时保质保量地完成作业，特别强化课后作业和答疑辅导环节。通过目标达成，本课程将调动学生的学习兴趣和增强学生解决问题的能力。

## 七、 教材与参考资料

(1) **教材：**《微积分》（下）第二版，孙毅，赵建华，王国铭，韩燕，清华大学出版社，2017 年，ISBN：9787302346258

(2) **参考资料：**《高等数学精讲精练》，陈启浩 主编，北京师范大学出版社。2015 年，ISBN：9787303184569。

## 八、 课程考核方式与成绩评定标准

定期考试和平时作业双向考查。期末考试采用闭卷笔试，要求卷面内容覆盖本大纲 80% 以上。以百分制评定成绩，其中平时成绩占 40%，期末考试成绩占 60%。平时成绩由作业成绩、期中成绩及考勤三部分组成，其中作业占 80%，

期中占 10%，考勤 10%。

#### 九、 大纲制(修)订说明

无

大纲执笔人：段利霞

大纲审核人：孔新雷

开课系主任：邹杰涛

开课学院教学副院长：李红梅

制（修）订日期：2021 年 8 月

## 《Advanced Mathematics II(2)》

### Syllabus

## 1. Information

Course type	Total of hours	<input checked="" type="checkbox"/> Theory course ( include program design, experiment)			
	Total of weeks	<input type="checkbox"/> practice <input type="checkbox"/> course design <input type="checkbox"/> Graduation project			
Course Code	7030932	Course Credit Hours	96	Course Credit	6
Course Name	Calculus II(2))				
Students for the Course	Those level A students of different majors in Economics and Management who have a higher requirement for Mathematics.				
Prerequisite courses	7030931 Calculus II(1))				
department	School of Science				

## 2. Description and Purpose

Advanced Mathematics is a basic public course for students of different majors in Economics and Management who have a higher requirement for mathematics. The course is a mathematical basis for further studies. The principle of this syllabus is: students can basically understand the theory of calculus of multiple variables; fully understand the background and mathematical thought of multiple variable calculus, and have a certain analysis ability of operation method operation, ideas and skill, and their application.

Course Objective 1: Students should have a firm understanding of concepts and calculations of derivatives of multiple variables

Course Objective 2: Students should be able to use the knowledge to solve certain real world problems.

The ideological and political objectives of the course: to discover the development history of mathematics, cultivate students to feel the continuous pursuit of truth, strong students' curiosity and thirst for knowledge of the unknown world, and stimulate students' scientific spirit and innovative spirit; In the teaching process, to cultivate students' awareness and ability to grasp the essence of problems and rigorous and pragmatic scientific attitude; By facing the analysis of complex problems, cultivate students' overall view and judgment of looking at problems in the general

trend and mainstream, and stimulate their sense of responsibility and mission.

### 3. **Requirements and contents**

The credit hours for this course is 96 and the exercises are arranged according to the difficulty level of different chapters. The course content is distinguished by different vocabulary: from high to low, the three levels of “mastery”, “understand” and “know” are distinguished. The subchapters with “\*” are optional.

#### **Chapter 1. Analytic geometry and vector algebra**

##### **Contents:**

The concept of space rectangular coordinates and vectors. The coordinate representation and the operations of vectors (Linear operations, dot products, \* cross products, and \* mixed products). The necessary and sufficient conditions for parallel and vertical of two vectors. The concepts of unit vector, and direction cosine.

The concept of the equation of surfaces. The equations of spheres, rotating curved surfaces and cylinders. Plane equation, line equation, curve equation. The projection of a space curve on the coordinate surface. The equation and graphs of quadric-surfaces.

##### **Requirements**

1. Understand the concept and representations of vector. Master the concept of space rectangular coordinates and vectors.
2. Understand the operations of vectors (Linear operations, dot products, \* cross products, and \* mixed products). Understand the necessary and sufficient conditions for parallel and vertical of two vectors.
3. Comprehend the concepts of unit vector, direction angle, and direction cosine. Grasp the coordinate representations of vector operations.
4. Understand the relationship between equations and their graphs (surfaces and curves). Master the equations of spheres, rotating curved surfaces and cylinders. Know the equation and graphs of quadric-surfaces. Learn how to draw surface shapes by cutting marks.
5. Grasp the method for finding equations of lines and planes. Know the methods for computing angles between planes, between plane and line, and between lines.
6. Know the method for computing projection of curves, solid and surfaces on the coordinate planes.

##### **Key Points and difficulties**

1. Key points: the operations of vectors (Linear operations, dot products, \*cross products, and \* mixed products). Equations of spheres; Rotating curved surfaces

and cylinders. Equations of planes and lines. Equations of quadric-surfaces.

2. Difficulties: Cross product of vectors; Projection of curves.

## **Chapter 2. Partial derivatives with applications**

### **Contents:**

The concepts of multi-variant function. The concepts of limit and continuity of two-variant functions. The properties of continuous functions in bounded closed regions. The concepts of partial derivative and total differential. The necessary and sufficient condition for the existence of differential. The calculations of derivatives for composite functions. Second partial derivative. Partial derivatives of implicit functions. The concept of extreme value of multi-variant functions, extreme value of a function. The concept of the conditional extreme, the Lagrange multiplier method to find the conditional extreme. Simple maximum and minimum application problems.

### **Requirements**

1. Understand the concepts of multi-variant function; Comprehend the geometry interpretation of functions of two variables.
2. Understand the concepts of limit and continuity of two-variant functions. Understand the properties of continuous functions in bounded closed regions.
3. Comprehend the concepts of partial derivative and total differential, capable of calculating the total differential. Understand the necessary and sufficient condition for the existence of differential. Understand the invariance of first order differential.
4. Grasp the calculations of first and second order partial derivatives for composite functions.
5. Understand the existence theorem for the implicit functions. Capable of computing the partial derivatives for implicit functions.
6. Comprehend the concept of extreme value of multi-variant functions. Understand the necessary condition for the existence of extreme value of two-variant function. Know the sufficient condition for the existence of extreme value of two-variant function. Capable of finding extreme values for functions. Know the method of Lagrange multipliers. Know how to find the maximum and minimum value of multi-variant functions, and know how to solve some simple application problems.

### **Key Points and difficulties**

1. Key points: Partial derivative and total differential. The rule for derivatives of multi-variant functions. Extreme value and absolute extreme values of continuous two-variant functions.

2. Difficulties: The rule for partial derivatives of composite multi-variant functions. Conditional extremes. Lagrange multiplier method.

### **Chapter 3. Double and triple integrals**

#### **Contents:**

The definition and properties of the double integral. The evaluation of double integrals (in rectangular and polar coordinates ).

\*Capable of evaluating some simple improper double integrals. \*The definition, properties, calculation and application of the triple integral.

#### **Requirements**

1. Comprehend the definition and properties of the double integral. Understand the definition and properties of the triple integral.
2. Grasp the evaluation of double integrals (in rectangular and polar coordinates ). Know the evaluation of triple integrals (in rectangular, cylindrical and spherical coordinates).
3. Know the definition of improper double integral. Capable of evaluating some simple improper double integrals.
4. Understand the use of multiple integrals to calculate some geometric quantities (volume, area).

#### ***Key Points and difficulties***

1. *Key points:* Definition and evaluation of double integral.
2. *Difficulties:* Changing the double integrals into iterated integrals.

### **Chapter 4. Series**

#### **Contents:**

The definitions of converge, diverge and sum of infinity series. The necessary condition for convergence. The properties of infinity series. Convergence and divergence of geometric series and p-series, convergence and divergence of some common positive series. The comparison test, ratio and root test for positive series. The Leibniz test for alternating series. The definitions of conditional and absolute convergence and the relationship between convergence and absolute convergence. The convergence region and sum function of series of function terms. The method and feature of convergence interval of power series. Sufficient conditions for Taylor series expansion. The Maclaurin's expansion of  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$  and  $(1+x)^\alpha$ , simple functions expand to power series.

## Requirements

1. Comprehend the definitions of converge, diverge and sum of series. Understand the properties of series. Understand the necessary condition for convergence.
2. Master the  $p$ -series.
3. Grasp the comparison test for series of nonnegative terms. Master the Ratio and root test for series of nonnegative terms.
4. Grasp the Leibniz test for alternating series.
5. Understand the definitions of conditional and absolute convergence. Understand the relationship between convergence and absolute convergence.
6. Understand the convergence region and sum function of series of function terms.
7. Master the feature of convergence interval of power series. Grasp the method for finding convergence region, convergence interval and radius of convergence.
8. Understand the basic properties of power series. Capable of using the properties to find sum of power series.
9. Understand the necessary and sufficient conditions for a function to be expressed as power series.
10. Grasp the Maclaurin series for some elementary functions  $\frac{1}{1-x}$ 、 $e^x$ 、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\ln(1+x)$  和  $(1+x)^\alpha$  , based on which power series for basic functions can be obtained.

## Key Points and difficulties

1. *Key points*: Test theorem for series of nonnegative terms; Leibniz theorem for alternating series; Sum, convergence region and radius for power series; Power series expression of functions.
2. *Difficulties*: Feature of convergence interval of power series; Properties of power series.

## Chapter 5. Ordinary differential equation

### Contents:

Differential equations and the concepts of order, solution, general solution, initial condition and particular solution of differential equations. Concepts and solutions of separable equations, homogeneous equations, \* quasi-homogeneous equations, first-order linear equations, \* Bernoulli equations.

Reduction of order for  $y^{(n)} = f(x), y'' = f(x, y'), y'' = f(y, y')$ . The structure of solutions of second order linear differential equations. Solutions to second-order homogeneous linear differential equations with constant coefficients, solutions to higher-order homogeneous linear differential equations with constant coefficients. Grasp the solution method of second-order linear differential equations with constant coefficients whose free terms are polynomial, exponential function, sine function, cosine function and their sum and product. Use differential equations to solve simple economic problems.

### **Requirements**

1. Learn the concepts of order, solution, general solution, initial condition and particular solution of differential equations.
2. Master the solution methods of separable equations, homogeneous equations, first-order linear equations.
3. Learn how to solve the following special higher order equations  $y^{(n)} = f(x), y'' = f(x, y'), y'' = f(y, y')$ .
4. Understand the properties and structural theorems of solutions of linear differential equations.
5. Master the method of solving second-order homogeneous linear differential equation with constant coefficients and understand the method of solving higher-order homogeneous linear differential equation with constant coefficients.
6. Understand the solution method of the second order linear differential equation with constant coefficients whose free terms are polynomial, exponential function, sine function, cosine function and their sum and product.
7. Know how to solve some simple economic problems with differential equations.

### ***Key Points and difficulties***

1. *Key points*: The basic concept of differential equation, first order linear equation, second order linear differential equation with constant coefficients
2. *Difficulties*: The method for solving a particular solution of a linear nonhomogeneous differential equation with constant coefficients.

## **Chapter 6. Difference equation**

### **Contents:**

The concept of difference, the rules of difference operation. The difference equation and the concept of the order, solution, general solution, initial condition and

special solution of the difference equation. The structure of the general solution of a linear difference equation with constant coefficients. Solution of first order linear difference equation with constant coefficients.

### Requirements

1. Understand the concept of difference and difference equation and its general solution and particular solution.
2. The method of solving first order linear difference equations with constant coefficients is introduced.

### Key Points and difficulties

1. *Key points:* The basic concept of difference equation, first order linear difference equation with constant coefficients.
2. *Difficulties:* Solution of first order linear difference equation with constant coefficients.

### 4. Hours Assignment

Teaching content	Teaching	Test	practical-ex ercise lesson
1. Chapter 1. Analytic geometry and vector algebra	12		2
2. Chapter 2. Partial derivatives with applications	16		4
3. Chapter 3. Double and triple integrals	6		2
4. Mid-term exam		2	2
5. Chapter 4. Series	16		4
6. Chapter 5. Ordinary differential equation	18		4
7. Chapter 6. Difference equation	4		2
8. Review			2
Total	96		

### 5. Requirements for Extracurricular Assignments

In order to ensure the teaching objectives and teaching requirements of the

course, an appropriate amount of extracurricular work must be arranged. In principle, 36 hours of extracurricular work can be arranged. This course has a unified assignment. The workbook has been published by Tsinghua University Press. The number of operations is 9 basic operations and 6 improvement operations, and each operation can be completed in about 2 hours.

## **6. Mode of Teaching**

Teaching design: This course is a basic theory course with strong ideological nature, and its teaching content is more related to relevant basic courses and professional courses. Teachers should make full use of modern information technology such as PPT and network video in teaching; Teachers should pay attention to enlightening and guiding students to master the background ideas of important concepts, understand the ideological essence of important concepts, and cultivate students' ability to apply mathematical ideas and methods to solve application problems. At the same time, through the establishment and deduction of mathematical ideas and theories, we can meet the educational requirements of stimulating students' curiosity and thirst for knowledge, and cultivating scientific spirit and innovative spirit. Teaching links include theoretical teaching, classroom practice, after-school homework, Q & A and counseling. Teachers pay attention to process training in teaching. On the one hand, through teaching methods, they deepen students' understanding of classroom teaching contents and mastery of theoretical knowledge, and improve students' ability to analyze and solve problems; On the other hand, properly introduce the relationship between this course and professional courses in teaching to promote students' initiative and enthusiasm in learning this course.

Teaching organization: Based on the characteristics of the amount of classroom information and high difficulty of this subject, classroom teaching should be mainly taught by teachers, supplemented by classroom exercises, after-school homework and exercise explanation. Teachers should correct all their homework. Students should complete their homework on time, with quality and quantity guaranteed, and especially strengthen the after-school homework and Q & a counseling links. By achieving the goal, this course will mobilize students' interest in learning and enhance students' ability to solve problems.

## **7. Textbook and References**

### **(1) Textbook**

“Calculus”, Yi Sun, Huajian Zhao, Guoming Wang, Yan Han, Tsinghua University

Press, 2017, ISBN: 9787302346258

## (2) References

“Advanced Mathematics”, Qihao Chen, Beijing Normal University Press, 2015, ISBN: 9787303184569.

## 8. Assessment

Centesimal grade is applied in the final assessment with the final written examination 60% and continuous assessment 40%, including attendance, assignment, and middle examination. The usual performance consists of homework performance, interim performance and attendance, of which homework accounts for 80%, interim performance accounts for 10% and attendance accounts for 10%.

## 9. Statements

None

Written By: Lixia Duan

Checked by: Xinlei Kong

Dean of the Department: Jietao Zou

Vice Dean of the College: Hongmei Li

Date: August, 2021

# 《高等数学 II (2)》

## 课程教学大纲

### 一、课程基本信息

课程类型	总学时为学时数	<input checked="" type="checkbox"/> 理论课 (含上机、实验学时)
------	---------	--

	总学时为周数	<input type="checkbox"/> 实习 <input type="checkbox"/> 课程设计 <input type="checkbox"/> 毕业设计			
课程编码	7030932	总学时	96	学分	6
课程名称	高等数学 II (2)				
课程英文名称	Calculus II (2)				
适用专业	经管类各专业分层教学中的 B 层				
先修课程	(7030931) 《高等数学 II(1)》				
开课部门	理学院数学系				

## 二、课程性质与目标

本课程为对数学要求较高的经管类各专业的一门重要的公共基础理论必修课。本课程为学生学好后续的数学课程和专业课程奠定必要的数学基础，目的是让学生熟悉多元函数微积分学的基础理论，掌握多元函数微积分学的基本方法、手段、技巧，了解多元微积分学的背景思想及数学思想，培养学生抽象思维和概括问题的能力、逻辑推理能力、空间想象能力和自学能力，还要特别注意培养学生具有熟练的运算能力和运用所学知识去分析和解决实际问题的能力。

课程目标 1：学生应掌握多元函数微积分学的基本概念、基本理论和基本运算技能

课程目标 2：学生应能具备一定的分析论证能力和较强的运算能力，能较熟练地应用微积分学的思想方法解决应用问题

课程思政目标：数学学科发现发展的历史，培养学生感受人类对真理的不断追求，对未知世界的强烈好奇心和求知欲，激发学生的科学精神与创新精神；教学过程中培养学生抓住问题本质的意识、能力以及严谨务实的科学态度；面对复杂问题的分析，培养学生看问题看大势、看主流的大局观和判断力，激发责任心和使命感。

## 三、课程教学基本内容与要求

### (一) 向量代数与空间解析几何

#### 基本内容

空间直角坐标系和向量的概念。向量的坐标表示法和向量的运算（线性运算、数量积、\*向量积）。两个向量平行、垂直的充分必要条件。单位向量和向量的方向余弦。

曲面方程的概念。球面方程、旋转曲面和柱面的方程。平面方程、直线方程、曲线方程。空间曲线在坐标面上的投影。常见的二次曲面的方程和图形。

#### **基本要求:**

1. 了解向量的概念及其表示, 掌握空间直角坐标系的概念。
2. 掌握向量的运算(线性运算、点积、叉积)方法。理解两个向量平行、垂直的充分必要条件。
3. 了解单位向量、方向角和方向余弦, 掌握用向量的坐标表示进行向量运算的方法。
4. 理解曲面方程、曲线方程的概念。了解球面方程、旋转曲面和柱面的方程及其求法。理解标准的二次曲面的方程和图形。\*了解用截痕法画曲面图形的方法。
5. 掌握平面方程、直线方程及其求法。了解平面与平面、平面与直线、直线与直线之间夹角的求法。
6. 了解空间曲线、空间立体和曲面在坐标面上的投影的求法。

#### **教学重点难点**

1. 重点 向量的运算(线性运算、点积、叉积)方法, 球面方程、旋转曲面和柱面的方程。平面方程与直线方程, 二次曲面的方程。
2. 难点 向量积的计算, 空间曲线、空间立体和曲面在坐标面上的投影的求法。

## **(二) 多元函数微分学**

### **基本内容**

多元函数的概念。二元函数的极限、连续的概念, 有界闭区域上连续函数的性质。偏导数、全微分的概念。全微分存在的必要条件和充分条件。复合函数的求导法。二阶偏导数求法。隐函数的偏导数。多元函数极值的概念, 函数的极值。条件极值的概念, 拉格朗日乘数法求条件极值。简单的最大值和最小值的应用问题。

#### **基本要求:**

1. 理解多元函数的概念, 掌握二元函数的几何意义。
2. 了解二元函数的极限、连续的概念以及有界闭区域上连续函数的性质。
3. 了解偏导数、全微分的概念, 了解全微分的求法。理解全微分存在的必要条件和充分条件。理解全微分形式的不变性。
4. 了解复合函数的一阶、二阶偏导数的求导法
5. 了解隐函数存在定理, 了解隐函数的偏导数的求法。
6. 了解多元函数极值的概念, 掌握多元函数极值存在的必要条件、二元函数极

值存在的充分条件，了解函数极值的求法。了解条件极值的概念，了解用拉格朗日乘数法求条件极值的方法。了解多元函数的最大值和最小值的求法，并了解解决一些简单应用问题的方法。

### 教学重点难点

1. 重点 偏导数与全微分的概念，多元函数的求导法则，二元函数极值与最值的求法。
2. 难点 多元复合函数的求导法则，条件极值与拉格朗日乘数法。

## （三）多元函数的积分学

### 基本内容

二重积分的概念与性质。二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标）。

\*无界区域上简单的反常二重积分。

### 基本要求：

1. 了解二重积分的概念，了解二重积分性质。
2. 掌握二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标）。
- 3\*. 了解无界区域上较简单的反常二重积分并会计算
4. 了解用重积分来计算一些几何量（体积、面积）。

### 教学重点难点

1. 重点 二重积分的概念及其计算方法。
2. 难点 重积分化为累次积分。

## （四）无穷级数

### 基本内容

无穷级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念。无穷级数收敛的必要条件。无穷级数的基本性质。几何级数和  $p$  级数的敛散性，一些常见正项级数的敛散性。正项级数的比较判别法、比值审敛法和根值审敛法。交错级数的莱布尼兹定理。无穷级数条件收敛与绝对收敛的概念，以及绝对收敛与收敛的关系。函数项级数收敛和函数的概念。简单的幂函数的收敛域的求法。幂级数在其收敛域内的一些基本性质。函数展开为泰勒级数的充分条件。 $e^x$ ， $\sin x$ ， $\cos x$ ， $\ln(1+x)$  和  $(1+x)^\alpha$  的麦克劳林（Maclaurin）展开式，简单函数展成幂级数。

### 基本要求：

1. 了解无穷级数收敛、发散以及和的概念。了解无穷级数基本性质和收敛的必要条件。
2. 掌握几何级数和  $p$  级数的敛散性，并了解其结合比较判别法确定一些常见正项级数的敛散性的方法。

3. 掌握正项级数的比较判别法、比值审敛法。了解正项级数的根值审敛法。
4. 了解交错级数的莱布尼兹定理。
5. 了解无穷级数条件收敛与绝对收敛的概念以及绝对收敛与收敛的关系。
6. 了解函数项级数的收敛域及和函数的概念。
7. 了解幂函数收敛域的特征，掌握幂级数的收敛半径、收敛区间、收敛域的求法。
8. 了解幂级数在其收敛域内的基本代数性质与分析性质，了解用它们求幂级数的和函数的方法。
9. 了解函数展开为泰勒级数的充分条件。
10. 了解  $\frac{1}{1-x}$ 、 $e^x$ 、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\ln(1+x)$  和  $(1+x)^\alpha$  的麦克劳林 (Maclaurin) 展开式，并了解利用这些展开式将一些简单的函数展成幂级数的方法。

### 教学重点难点

1. 重点 正项级数的审敛准则，交错级数的莱布尼兹定理，幂级数的收敛半径、收敛区间、收敛域及其和函数的求法。函数展成幂级数的方法。
2. 难点 幂级数收敛域的特征，幂级数和函数的分析性质及其的求法。

## (五) 常微分方程

### 基本内容

微分方程以及微分方程的阶、解、通解、初始条件和特解等概念。变量可分离的方程、齐次方程、\*准齐次方程、一阶线性方程、\*贝努利 (Bernoulli) 方程的概念及解法。

$y^{(n)} = f(x)$ ,  $y'' = f(x, y')$ ,  $y'' = f(y, y')$  的降阶法。二阶线性微分方程解的结构。

二阶常系数齐次线性微分方程的解法，高阶常系数齐次线性微分方程的解法。掌握自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数以及它们的和与乘积的二阶常系数非齐次线性微分方程的解法。用微分方程解一些简单的经济学中的问题。

### 基本要求：

1. 了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念。
2. 掌握变量可分离、齐次和一阶线性微分方程的求解方法。
3. 了解下列特殊的高阶方程  $y^{(n)} = f(x)$ ,  $y'' = f(x, y')$ ,  $y'' = f(y, y')$  的求法。
4. 了解线性微分方程解的性质及解的结构定理。
5. 掌握解二阶常系数齐次线性微分方程的方法，了解高阶常系数齐次线性微分方程的解法。
6. 了解自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数以及它们的和与乘积的二阶常系数非齐次线性微分方程的解法。

7. 了解用微分方程解一些简单的经济学中的问题。

### 教学重点难点

1. 重点 微分方程的基本概念，一阶线性方程，二阶常系数线性微分方程。
2. 难点 常系数线性非齐次微分方程特解的解法。

## (六) 差分方程

### 基本内容

差分的概念，差分运算的规则。差分方程以及差分方程的阶、解、通解、初始条件和特解等概念。常系数线性差分方程通解的结构。一阶常系数线性差分方程的解法。

### 基本要求：

1. 了解差分与差分方程及其通解与特解等概念。
2. 了解一阶常系数线性差分方程的求解方法。

### 教学重点难点

1. 重点 差分方程的基本概念，一阶常系数线性差分方程。
2. 难点 一阶常系数线性差分方程的解法。

## 四、 课程学时分配

教 学 内 容	讲 课	测 验	习 题 课
1. 第一章 向量代数与空间解析几何	12		2
2. 第二章 多元函数微分学	16		4
3. 第三章 重积分	6		2
4. 期中测验与试卷分析		2	2
5. 第四章 无穷级数	16		4
6. 第五章 常微分方程	18		4
7. 第六章 差分方程	4		2
8. 总复习			2
合 计	96		

## 五、 实践性教学内容的安排与要求

为保证达到本课程的教学目的和教学要求，必须布置适量的课外作业，原则上可安排 18 小时的课外作业。本课程有统一指定的作业，编写的作业练习册已由清华大学出版社出版发行，作业量为 9 次基本作业，每次作业大约 2 个小时可完成。

## 六、 教学设计与教学组织

教学设计：本课程属基础理论课，思想性强，教学内容与相关基础课及专

业课程联系较多。教师在教学中应充分利用如 PPT、网络视频等现代信息技术；教师应注重启发并引导学生掌握重要概念的背景思想，理解重要概念的思想本质，培养学生应用数学思想方法解决应用问题的能力。同时，通过对数学思想和理论的建立和推演过程，达到激发学生好奇心和求知欲、培养科学精神与创新精神的育人要求。教学环节包括理论教学、课堂练习、课后作业、答疑及辅导等。教师在教学中注重过程培养，一方面通过教法加深学生对课堂教学内容的理解和对理论知识的掌握，提高学生分析问题和解决问题能力；另一方面，教学中适当地介绍本课程和专业课程之间的关系，促进学生学习本课程的主动性和积极性。

教学组织：基于本学科课堂信息量、难度高等特点，课堂教学应以教师讲授为主，并辅以课堂练习、课后作业和习题讲解。教师做到作业全批全改。学生应按时保质保量地完成作业，特别强化课后作业和答疑辅导环节。通过目标达成，本课程将调动学生的学习兴趣和增强学生解决问题的能力。

## 七、 教材与参考资料

### (1) 教材

《微积分》（下）第二版，孙毅，赵建华，王国铭，韩燕，清华大学出版社，2017年，ISBN：9787302346258

### (2) 参考书

《高等数学精讲精练》，陈启浩 主编，北京师范大学出版社。2015年，ISBN：9787303184569。

## 八、 课程考核方式与成绩评定标准

定期考试和平时作业双向考查。期末考试采用闭卷笔试，要求卷面内容覆盖本大纲 80%以上。以百分制评定成绩，其中平时成绩占 40%，期末考试成绩占 60%。平时成绩由作业成绩、期中成绩及考勤三部分组成，其中作业占 80%，期中占 10%，考勤 10%。

## 九、 大纲制(修)订说明

无

大纲执笔人：段利霞

大纲审核人：孔新雷

开课系主任：邹杰涛

开课学院教学副院长：李红梅

制（修）订日期：2021年8月